**NANDO MAIA GERMANO**

# ANÁLISE PARAMÉTRICA DA INFLUÊNCIA DA CLASSE DO CONCRETO, DA GEOMETRIA TRANSVERSAL E DA TAXA DE AÇO NA CAPACIDADE RESISTENTE DE ELEMENTOS EM CONCRETO ARMADO

**SÃO CARLOS - SP**

**2021**

**NANDO MAIA GERMANO**

# ANÁLISE PARAMÉTRICA DA INFLUÊNCIA DA CLASSE DO CONCRETO, DA GEOMETRIA TRANSVERSAL E DA TAXA DE AÇO NA CAPACIDADE RESISTENTE DE ELEMENTOS EM CONCRETO ARMADO

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado ao Curso de Graduação de Engenharia Civil do Centro Universitário Central Paulista, como requisito para a obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. M.Sc. Renato Silva Nicoletti

**SÃO CARLOS - SP**

**2021**

Ao meu sobrinho Bryan
(um gênio incompreendido)

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado saúde para seguir nesse desafio até o final e a minha família, que sempre me apoiou e me encorajou a não desistir.

Agradeço também ao Sgt. Geovane de Abreu, que foi uns dos instrutores do Tiro de Guerra no ano de 2015, quando eu servi, e com quem tive o grande prazer de trabalhar, ele que sempre incentivou a tropa a estudar e a cursar um ensino superior, o que em grande parte me fez iniciar o curso no ano seguinte.

Agradeço a todos meus amigos com quem trabalhei durante 7 anos na Copem Engenharia, grandes profissionais, muito experientes, que compartilharam seus conhecimentos comigo e agregaram imensamente na minha formação pessoal e profissional.

Queria agradecer também a todos os professores e colegas da UNICEP pelo conhecimento que me foi passado durante todo o curso, em especial meu orientador, Prof. Renato Silva Nicoletti, que foi excelente em sua orientação, sempre à disposição para dúvidas e me guiando no melhor caminho para obter os meus resultados, tanto nesse trabalho, quanto em outras disciplinas que foram ministradas por ele.

“A água molda seu curso de acordo com o solo sobre o qual ela flui. Do mesmo modo, o soldado realiza sua vitória de acordo com o inimigo que está enfrentando.”

Sun Tzu

**SUMÁRIO**

**1 INTRODUÇÃO ..... 3**
1.1. JUSTIFICATIVA ..... 4
1.2. OBJETIVO ..... 5
*1.2.1. Objetivos específicos* ..... 5
**2 REVISÃO DE LITERATURA ..... 6**
2.1. SEGURANÇA E DURABILIDADE DE ESTRUTURA EM CONCRETO ARMADO ..... 6
2.2. VANTAGENS E DESVANTAGENS DO CONCRETO ARMADO ..... 8
2.3. PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO E DO AÇO ..... 9
*2.3.1. Propriedades mecânicas do concreto* ..... 9
*2.3.2. Propriedades mecânicas do aço* ..... 11
2.4. ELEMENTOS ESTRUTURAIS QUE COMPÕEM UMA EDIFICAÇÃO ..... 11
2.4.1. *Laje* ..... 11
*2.4.2. Viga* ..... 12
*2.4.3. Pilar* ..... 12
**3 MATERIAIS E MÉTODOS ..... 13**
3.1. DIMENSIONAMENTO DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS ..... 13
*3.1.1. Dimensionamento da armadura longitudinal de pilares* ..... 13
3.1.1.1 Índice de esbeltez ..... 13
3.1.1.2 Classificação quanto a posição ..... 14
3.1.1.3 Tipos de excentricidades nos pilares ..... 14
3.1.1.4 Cálculo da área de aço ..... 16
*3.1.2. Dimensionamento da armadura de flexão de vigas* ..... 17
*3.1.3. Dimensionamento da armadura de flexão de lajes* ..... 19
3.2. ANÁLISE PARAMÉTRICA ..... 23
**4 RESULTADOS ..... 27**
4.1. PILARES ..... 27
*4.1.1. Influência do $f_{ck}$ na capacidade resistente à compressão e na área de aço* ..... 27
*4.1.2. Influência altura da seção transversal do pilar na capacidade resistente à compressão e na área de aço* ..... 28
*4.1.3. Influência do comprimento destravado na capacidade resistente à compressão e na área de aço* ..... 29
*4.1.4. Relação entre a carga solicitante na capacidade resistente à compressão e na área de aço* ..... 29

4.2. VIGAS ..... 30
*4.2.1. Influência do $f_{ck}$ no momento resistente da viga* ..... 30
*4.2.2. Influência da altura da viga na capacidade resistente ao momento fletor* ..... 31
*4.2.3. Influência da largura da viga na capacidade resistente ao momento fletor* ..... 33
*4.2.4. Influência do carregamento externo na área de aço de armadura longitudinal* ..... 34
4.3. LAJE MACIÇA ..... 35
*4.3.1. Influência do $f_{ck}$ na capacidade resistênte ao momento fletor e na área de aço* ..... 35
*4.3.2. Influência da espessura da laje na capacidade resistênte ao momento fletor e na área de aço* ..... 36
*4.3.3. Influência da vinculação na capacidade resistênte ao momento fletor e na área de aço* ..... 37
*4.3.4. Relação entre o carregamento externo na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço* ..... 38
**5 CONCLUSÃO ..... 39**
**6 REFERÊNCIAS ..... 41**

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Classe de agressividade ambiental. ..... 7
Figura 2: Diagrama tensão versus deformação do concreto. ..... 10
Figura 3: Diagramas de tensões na viga de concreto armado. ..... 18
Figura 4: Vinculação nas bordas das lajes. ..... 20
Figura 5: Influência do $f_{ck}$ na capacidade resistente a compressão e na área de aço ..... 27
Figura 6: Influência da altura da seção transversal do pilar na capacidade resistente e na área de aço. ..... 28
Figura 7: Influência do comprimento destravado na capacidade resistente a compressão e na área de aço. ..... 29
Figura 8: Relação entre a carga solicitante na capacidade resistente e na área de aço. ..... 30
Figura 9: Influência do $f_{ck}$ do concreto na capacidade resistente ao momento fletor. 31
Figura 10: Influência da altura da seção transversal na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço longitudinal. ..... 32
Figura 11: Influência da largura da seção transversal na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço longitudinal. ..... 33
Figura 12: Influência do carregamento externo na área de armadura longitudinal necessária. ..... 34
Figura 13: Influência do $f_{ck}$ do concreto na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço longitudinal. ..... 35
Figura 14: Influência da espessura da laje na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço longitudinal. ..... 36
Figura 15: Influência do tipo de vinculação na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço longitudinal. ..... 37
Figura 16: Relação entre o carregamento externo na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço. ..... 38

## RESUMO

As estruturas de concreto armado estão presentes em praticamente todas as construções, mesmo que sejam constituídas por outro material em sua maior parte, pelo menos um dos elementos estruturais é em concreto armado. Considerando isso e a alta nos custos dos materiais de construção, é de extrema importância a sensibilidade do engenheiro no projeto em concreto armado quanto às variáveis de que ele depende, as quais são fundamentais para garantir um projeto eficiente. Assim o presente trabalho teve como objetivo investigar, por meio de análises paramétricas, a influência da resistência característica a compressão do concreto, a geometria da seção transversal e os carregamentos na capacidade resistente e na área de aço de pilares, vigas e lajes em concreto armado. A metodologia empregada foi a realização de análises paramétricas utilizando o Microsoft Office Excel. Foram analisados 38 casos para pilares, 43 casos para vigas e 41 casos para lajes maciças. Nos elementos submetidos predominantemente à flexão (lajes e vigas), a altura é o parâmetro que exerce mais influência no momento resistente e na área de aço. Por sua vez, a classe do concreto afetou pouco o momento resistente e a área de aço necessária. Além disso, a largura da viga mostrou certa sensibilidade no dimensionamento. Nas lajes, o engastamento dos bordos proporciona uma redução do momento positivo e da área de aço positiva, além de reduzir as deflexões da laje. Porém, ele acarreta em maior consumo de aço, visto que se faz necessária a armadura negativa. Logo, as vinculações devem ser avaliadas caso a caso. Quanto aos pilares, se o objetivo for diminuir a área de aço, há um limite até o qual aumentar o $f_{ck}$ surte resultados. Por sua vez, se busca-se aumentar a capacidade resistente do pilar, deve-se trabalhar com concretos com maiores classes de resistência. Além disso, verificou-se que o comprimento destravado do pilar acarreta em significativas variações da área de aço de armadura longitudinal necessária.


**Palavras-chaves**: concreto armado; análise paramétrica; análise de sensibilidade.

# 1 INTRODUÇÃO

O concreto armado, apesar de hoje em dia ser um dos materiais mais usados no mundo para a construção civil, não teve seu início nesse ramo. O cimento armado, como era conhecido, foi usado pela primeira vez em um pequeno barco por Lambot, na França em 1849 (BASTOS, 2019).

O concreto começou a ser associado a fios de aço com o objetivo de melhorar a resistência à tração dos elementos estruturais, já que o concreto em si tem boa resistência à compressão, mas não à tração. Um dos principais nomes no início do concreto armado foi Joseph Monier, da França, horticultor e paisagista, ele construiu em 1861 vasos para plantas usando cimento armado e em 1867 ele obteve sua primeira patente para construção de vasos de cimento armado, requerendo também outras patentes posteriormente, como patentes para construção de tubos e reservatórios (1868), placas (1869) e pontes (1873).

Na área da construção civil, em 1880 na França, Hannebique constrói a primeira laje armada com barras de aço de seção circular. Em 1885 empresas alemãs, como Wayss e Freytag, adquirem as patentes de Monier para o uso em construções na Alemanha e Áustria. Entretanto, foi na última década do século XIX que ocorreu um aprimoramento dos conhecimentos sobre esse sistema estrutural, e por consequência, maior utilização de estruturas de concreto armado. Construções de grande porte foram realizadas, como a Ponte Del Risorgimento, em 1911 em Roma, com 100 metros de vão (GIONGO, 2007).

As estruturas de concreto armado estão presentes em praticamente todas as construções, mesmo que sejam constituídas por outro material em sua maior parte, como madeira, aço e alvenaria, pelo menos um dos elementos estruturais é em concreto armado, como por exemplo, a fundação. Em obras hidráulicas, o concreto armado está presente em tubos de transporte de água e esgoto, galerias, barragens, canais, etc.

Já em rodovias, o concreto se encontra nas pontes, viadutos, estruturas de contenção, túneis e nos pavimentos de concreto, que por vezes precisam ser armados para absorver as tensões de tração. Nos aeroportos os pisos precisam ser em concreto armado ou protendido, além de outras instalações, como torres de

observação, hangares, etc. Nos equipamentos urbanos, esse sistema estrutural está presente nos postes de iluminação, meio fios, calçadas, passarelas, etc. Nos edifícios residências ou comerciais, o concreto armado está presente em vários elementos estruturais, como fundações, vigas, lajes e pilares. Está presente também em estádios de futebol, quadras de esportes, etc. (GIONGO, 2007).

Em residências unifamiliares, a principal vantagem desse sistema é a flexibilização das plantas arquitetônicas, possibilitando personalizações e alcance de maiores vãos. (BASTOS, 2019).

A eficiência de um projeto é muito importante hoje em dia, visto que há uma crescente concorrência no mercado de trabalho, uma rigidez cada vez maior na questão de segurança dos edifícios e o alto custo dos materiais para a sua execução. Visto isso, pode-se dizer que um projeto eficiente é aquele que associa da melhor forma a segurança e a economia.

Visto isso, o presente trabalho tem o objetivo de investigar, por meio de análises paramétricas, a influência das variáveis de projeto na capacidade resistente de elementos em concreto armado.

## 1.1. Justificativa

O sistema construtivo em concreto armado é amplamente difundido e utilizado no Brasil por precisar de uma mão de obra menos especializada e pelo maior domínio da técnica em construir com esse sistema. Apesar do sistema construtivo em concreto armado ser mais difundido não significa que ele é o mais econômico, porém, o presente trabalho tem o objetivo de encontrar as melhores escolhas de projeto para que posso tornar o projeto mais economico e seguro.

Com a grande concorrência de mercado, o alto custo dos materiais de construção  e a exigência por profissionais de qualidade é cada dia mais importante a sensibilidade do profissional no projeto em concreto armado quanto às variáveis de que ele depende, que é fundamental para se obter um projeto eficiente, que pondere custo e economia.

Essa eficiência permite obras mais sustentáveis, visto que é possível otimizar a capacidade de resistencia com boas escolhas de projeto e, consequentemente, economizar material de construção.

## 1.2. Objetivo

Investigar, por meio de análises paramétricas, a influência das principais variáveis de projeto na capacidade resistente de pilares, vigas e lajes em concreto armado.

### *1.2.1. Objetivos específicos*

Como objetivos específicos, pretende-se:

- Desenvolver planilhas, no Microsoft Office Excel, que permitam realizar o dimensionamento de pilares, vigas e lajes em concreto armado e, com isso, tornar a execução da análise paramétrica factível;
- Investigar a influência do $f_{ck}$, da geometria da seção transversal e dos carregamentos na capacidade resistente e no consumo de aço de elementos isolados em concreto armado, considerando as prescrições da NBR 6118 (ABNT, 2014);
- Resumir as relações entre as variáveis de projeto a fim de tornar o presente trabalho uma referência no tocante a escolhas iniciais em projetos.

# 2 REVISÃO DE LITERATURA

## 2.1. Segurança e durabilidade de estrutura em concreto armado

Uma edificação é composta por superestrutura, fundações, paredes, revestimentos, sistemas prediais elétricos e hidrossanitário, etc. Entretanto, o que determina sua vida útil são a superestrutura e as fundações, pois não podem ser alteradas na sua essência. Está claro que o concreto armado está sujeito a corrosão e a outras manifestações patológicas e não é eterno.

A partir de 1980, estudos realizados fizeram com que a NBR 6118 (ABNT, 2014) alterasse parâmetros importantes em função de fatores que até então eram desconsiderados durante o projeto e execução de uma estrutura, tais como, microclima, agentes agressivos ($CO_2$ e íons cloreto), carbonatação e despassivação. Estes termos ainda são desconhecidos em boa parte pelo meio técnico e podem levar à corrosão das armaduras. Essa manifestação patologica é uma das mais importantes e responsável pela deteriorização das estruturas em concreto armado, principalmente daquelas próximas ao mar e sujeitas ao efeito da brisa marinha, rica em íon cloreto e umidade ideal para corrosão.

Ignorando os mecanismos de deterioração por desconhecimento, a partir dos anos 70, a explosão imobiliária produziu, em função da corrida contra o tempo e sem a devida qualificação da mão de obra, edificações que merecem atenção quanto a sua validade. Os acidentes ocorridos demonstram ser preocupante o estado da maioria destas edificações.

Ainda nesse contexto, a agressividade do meio ambiente está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto. As características do concreto e da espessura do cobrimento da armadura dependem da classe de agressividade ambiental: rural (I), urbana (II), industrial e marítima (III e IV), como pode ser visto na Figura 1.

Figura 1: Classe de agressividade ambiental.

| Tipo de estrutura | Componente ou elemento | Classe de agressividade ambiental | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III | IV |
| | | Cobrimento nominal (mm) | | | |
| Concreto armado | Laje | 20 | 25 | 35 | 45 |
| | Viga / pilar | 25 | 30 | 40 | 50 |
| | Elementos estruturais em contato com o solo | 30 | 30 | 40 | 50 |
| Concreto protendido | Laje | 25 | 30 | 40 | 50 |
| | Viga / pilar | 30 | 35 | 45 | 55 |
| **Concreto** | **Tipo** | **Classe de agressividade ambiental** | | | |
| | | I | II | III | IV |
| Relação água/cimento em massa | CA | ≤ 0,65 | ≤ 0,60 | ≤ 0,55 | ≤ 0,45 |
| | CP | ≤ 0,60 | ≤ 0,55 | ≤ 0,50 | ≤ 0,45 |
| Classe de concreto (ABNT NBR 8953) | CA | ≥ C20 | ≥ C25 | ≥ C30 | ≥ C40 |
| | CP | ≥ C25 | ≥ C30 | ≥ C35 | ≥ C40 |

Fonte: Adaptado da NBR 6118 (ABNT, 2014).

É importante que qualquer sintoma, tais como, fissuras, trincas, deformidades e etc., não seja negligenciado, pois são os primeiros sinais de deterioração que muitas vezes são erroneamente tratados sem que se determine a sua causa. Não significa ruína iminente, mas um sinal de alerta bastante importante, pois não se deve esperar pelo pior para que medidas sejam tomadas. A segurança e desempenho que todos os sistemas estruturais devem apresentar são duas situações limites que não devem ser ultrapassadas: a segurança da estrutura contra o colapso denominado Estado-Limite Último (ELU) e ao bom desempenho da estrutura denominado Estados-Limites de Serviço (ELS).

A atualização de profissionais com o conhecimento específico para avaliação das estruturas e fundações em oportunidades de aperfeiçoamento é uma providência básica neste processo para que se tenham técnicos devidamente preparados para o projeto, a inspeção e a divulgação de sua necessidade e importância.

Os proprietários, síndicos e administradores são muito difíceis de convencimento de que se deve abrir uma vala para verificar as fundações, conferindo se não há sinal bastante evidente de deterioração. É necessária uma legislação

rigorosa obrigando proprietários e administradores públicos a realizarem inspeções periódicas, evitando assim acidentes graves (MARCELINO, 2008).

## 2.2. Vantagens e desvantagens do concreto armado

As principais vantagens do concreto armado são:

- Devido às armaduras de aço, esse sistema estrutural pode suportar altas tensões de tração;
- O custo de manutenção de concreto armado é muito baixo;
- A estrutura de concreto armado pode ser moldada de diversas maneiras e formatos;
- Exige mão de obra menos especializada para sua execução, em comparação a outros sistemas estruturais, já que esse sistema é bem difundido no Brasil;
- Boa resistência ao fogo e boa durabilidade;
- Boa resistência ao desgaste mecânico como choques e vibrações.

Por sua vez, as principais desvantagens do concreto armado são:

- A resistência à tração do concreto simples é cerca de um décimo da sua resistência à compressão;
- Por ser muitas vezes produzido in loco, a resistência final pode ser afetada devido a erros durante os processos de mistura e cura, necessitando de um alto controle de qualidade;
- No concreto armado, utilizam-se formas de madeira ou metálicas para moldagem *in loco*, encarecendo o custo da obra;
- Esse sistema estrutural gera muitos resíduos de construção;
- Para construção de um edifício de múltiplos andares, a seção dos pilares em concreto armado é maior do que a seção dos pilares em estruturas metálicas;
- O concreto armado tem grande peso próprio (2.500 kg/m³);

- Necessita de um tempo de execução maior do que outros sistemas construtivos devido ao tempo de cura;
- A demolição de uma estrutura em concreto armado é de difícil execução, podendo ser inviável devido ao custo.

## 2.3. Propriedades mecânicas do concreto e do aço

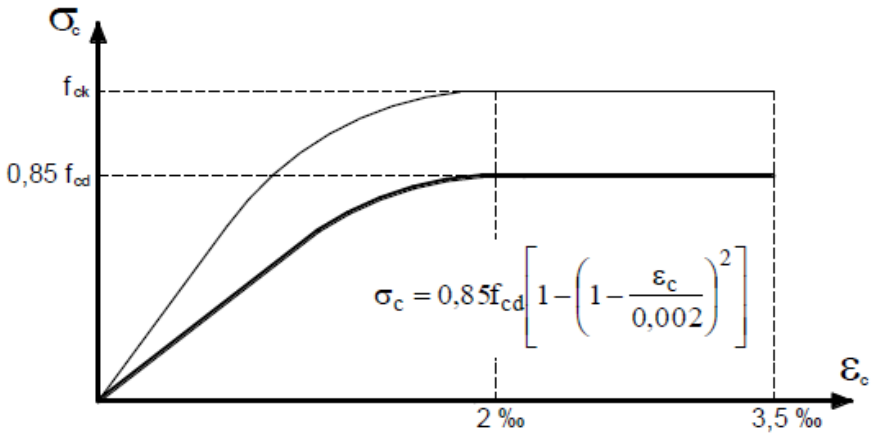
### *2.3.1. Propriedades mecânicas do concreto*

O concreto, como material para estruturas de concreto armado e concreto protendido, necessita ter resistência mecânica, aderência suficiente com as barras das armaduras e densidade para garantir impermeabilidade da estrutura e proteção das armaduras com relação à corrosão.

O comportamento mecânico do concreto também é influenciado por outros fatores, como: tipo de solicitação, relação água/cimento, velocidade de carregamento, idade do concreto, forma e dimensões do corpo de prova. Existem ainda aditivos, que quando incorporados no concreto, podem melhorar uma característica específica, como por exemplo, a resistência à compressão (GIONGO, 2007).

A resistência à compressão dos concretos é analisada por meio de corpos de prova cilíndricos. A medição é feita por um equipamento que registra o valor da força de ruptura. Se o ensaio for realizado com instrumentação adequada é possível acompanhar a evolução das deformações. O diagrama da Figura 2 é uma idealização de como o concreto se deforma sob tensões de compressão. Para a deformação de encurtamento de até 2‰ (2 mm/m) a lei de variação é de acordo com a parábola do 2º grau. Após 2‰, o concreto sofre um encurtamento plástico até o valor máximo de 3,5‰. O coeficiente 0,85 considera que o aumento do tempo de aplicação do carregamento reduz é a resistência do concreto (BASTOS, 2019).

Figura 2: Diagrama tensão versus deformação do concreto.




Fonte: Bastos (2019).

Por causa da não linearidade física do diagrama, o valor do módulo de elasticidade pode ter infinitos valores. Entretanto, destaca-se o módulo de elasticidade tangente inicial ($E_{ci}$), dado pela tangente do ângulo formado por uma reta tangente à curva do diagrama. Um outro módulo também importante em análises elásticas de projeto é o módulo de elasticidade secante ($E_{cs}$), dado pela tangente do ângulo formado pela reta secante que passa por um ponto do diagrama. Ambos podem ser determinados teoricamente (Equações 1 e 2) em função da resistência característica do concreto à compressão ($f_{ck}$) e do agregado graúdo utilizado ($\alpha_e$).

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600\sqrt{f_{ck}} \tag{1}$$

$$E_{cs} = \left(0{,}8 + 0{,}2\frac{f_{ck}}{80}\right) \cdot E_{ci} \tag{2}$$

O conhecimento da resistência do concreto à tração é uma importante característica desse material para as verificações em serviço: ELS-W (verificação da abertura da fissura), para o dimensionamento de vigas à força cortante e para o cálculo da resistência de aderência entre o concreto e o aço. O ensaio de tração direta é mais difícil de execução, porque exige dispositivos especiais capazes de aplicar força de tração. Os ensaios de compressão diametral e tração na flexão surgiram para superar essas dificuldades, e o resultado é usado como parâmetro para a estimativa da resistência à tração direta. A resistência média à tração ($f_{ctm}$) direta pode ser obtida em função da resistência característica do concreto à compressão ($f_{ck}$) por meio da expressão (Equação 3) da NBR 6118 (ABNT, 2014) para concreto de até 50 MPa.

$$f_{ctm} = 0{,}3 f_{ck}^{2/3} \ (\text{MPa}) \tag{3}$$

### *2.3.2. Propriedades mecânicas do aço*

Nas estruturas de concreto armado, as barras de aço são convenientemente posicionadas nos elementos estruturais a fim resistir às tensões de tração provenientes dos esforços solicitantes. As tensões de tração ocorrem nos elementos estruturais fletidos (mais frequentemente em vigas e lajes). As barras também são usadas para absorver tensões de compressão atuantes nos pilares. Nas barras comprimidas, há a necessidade de um arranjo de estribos para evitar as suas flambagens (GIONGO, 2007).

## 2.4. **Elementos estruturais que compõem uma edificação**

### 2.4.1. *Laje*

As lajes são os elementos planos que recebem a maior parte das ações aplicadas numa construção, como de pessoas, móveis, pisos, paredes, cobertura da edificação e os mais variados tipos de carga que podem existir em função da finalidade arquitetônica e do espaço físico que a laje faz parte.

### *2.4.2. Viga*

Pela definição da NBR 6118 (ABNT, 2014), as vigas “são elementos lineares em que a flexão é preponderante”. Elas são classificadas como barras e são normalmente retas e horizontais, destinadas a receber ações das lajes, de outras vigas, de paredes de alvenaria, e eventualmente de pilares. A função das vigas é basicamente vencer vãos e transmitir as ações nelas atuantes para os apoios, geralmente os pilares. As ações são geralmente perpendicularmente ao seu eixo longitudinal, podendo ser concentradas ou distribuídas. Podem ainda receber forças normais de compressão ou de tração, na direção do eixo longitudinal.

### *2.4.3. Pilar*

Pilares são “elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes” NBR 6118 (ABNT, 2014). São destinados a transmitir as ações às fundações, embora possam também transmitir para outros elementos de apoio. As ações são provenientes geralmente das vigas bem como de lajes lisas também.

# 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Com o objetivo de determinar a sensibilidade da capacidade resistente dos elementos estruturais frente às escolhas de projeto, o presente trabalho apresentará análises paramétricas variando a classe do concreto, a geometria transversal e a taxa de aço.

A seção 3.1 apresenta as formulações teóricas normativas para o cálculo da armadura de pilares, vigas e lajes. Enquanto isso, a seção 3.2 detalha as variações da análise paramétrica.

## 3.1. Dimensionamento dos elementos estruturais

### *3.1.1. Dimensionamento da armadura longitudinal de pilares*

Foram analizados apenas pilares centrais no presente trabalho.

O dimensionamento dos pilares depende do índice de esbeltez, da posição do pilar e das excentricidades.

#### 3.1.1.1 Índice de esbeltez

O cálculo do índice de esbeltez é realizado pela Equação (4).

$$\lambda = \frac{\mathrm{L_e}}{\mathrm{i}} \tag{4}$$

$$l_\mathrm{e} = \mathrm{l_0} + \mathrm{h} \tag{5}$$

$$i = \left( \frac{l}{A} \right)^{1/2} \tag{6}$$

Sendo:

- “$L_e$” o comprimento de flambagem;
- “i” o raio de giração;

- “$l_0$“ é a distância entre faces internas dos elementos estruturais que vinculam o pilar;

- “h” é a altura do pilar, no plano da estrutura.

Com base no índice de esbeltez, os pilares recebem as seguintes classificações:

- Robustos ou pouco esbeltos se $\lambda \leq 35$;
- Medianamente esbeltos se $35 < \lambda \leq 90$;
- Esbeltos de $90 < \lambda \leq 140$;
- Excessivamente esbeltos se $140 < \lambda \leq 200$.

#### 3.1.1.2 Classificação quanto a posição

Os pilares avaliados foram apenas pilares centrais:

- **Pilares de centro (internos):** localizam-se no interior do edifício. Estão sujeitos apenas a cargas centradas (compressão simples). As flexões atuantes são apenas as adivindas das excentricidades;

#### 3.1.1.3 Tipos de excentricidades nos pilares

Existem 6 tipos de excentricidades nos pilares, sendo elas:

- **Excentricidade inicial:** Apenas em pilares laterais e de canto (que não é o caso), pelo fato de estarem ligados monoliticamente à extremidade de uma viga, estão sujeitos a um momento fletor inicial, o qual pode ser representado por uma excentricidade inicial. A excentricidade inicial ocorre em pilares de qualquer esbeltez, na direção x ou y ou em ambas;

- **Excentricidade acidental:** Sempre deve ser considerado e como o próprio nome sugere, trata-se da excentricidade que pode ocorrer acidentalmente. Por exemplo, na localização da força normal ou desvio do eixo de uma peça, durante a construção e é dada em seu pior caso na seção de extremidade do pilar pela equação (7):

$$e_a = \theta_1 . (l_e) \quad (7)$$

Além disso existe a excentricidade mínima, a excentricidade de primeira ordem (soma da acidental com a inicial) não pode ser inferior à excentricidade ocasionada por um determinado momento mínimo $M_{1d,\,mín} = N_d\,(0{,}015 + 0{,}03h)$, dado pela Equação (8);

$$e_{1d,mín} = 0{,}015 + 0{,}03 . h \quad (8)$$

- **Excentricidade de forma:** Não é o caso, mas existe quando, no projeto arquitetônico, o eixo das vigas não coincide com o CG do pilar. O valor de tal excentricidade consiste na distância entre o CG do pilar e o eixo da viga. A excentricidade de forma pode atuar em mais de uma direção;
- **Excentricidade de segunda ordem:** São aqueles efeitos que se somam aos obtidos em uma análise de 1ª ordem (em que o equilíbrio da estrutura é estudado na configuração geométrica inicial), quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada. Estes efeitos são oriundos de dois tipos de não-linearidades, a não-linearidade geométrica e a não-linearidade física dos pilares e é dado pela equação (9);

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10} . \frac{0{,}005}{\nu + 0{,}5 . h} \quad (9)$$

- **Excentricidade suplementar:** Trata-se da excentricidade que considera a fluência do concreto (fenômeno do aumento gradual de deformação com o tempo, sob tensão constante) e é dada pela equação (10).

$$e_c = \left(\frac{\mathrm{M_{Sg}}}{\mathrm{N_{Sg}}} + \mathrm{e_a}\right) . \left(2{,}7182^{\frac{\varphi.\mathrm{N_{Sg}}}{\mathrm{N_e} - N_{Sg}}} - 1\right) \quad (10)$$

$$\mathrm{N_e} = \frac{10.E_c.I_c}{\mathrm{l_e^2}} \quad (11)$$

Sendo:

- $M_{Sg}$ e $N_{Sg}$ valores característicos dos esforços solicitantes oriundos de ações permanentes;

- $e_a$ é a excentricidade acidental;

- φ é o coeficiente de fluência;

- $E_c$ o módulo de elasticidade longitudinal do concreto;

- $I_c$ o momento de inércia da seção bruta do elemento de concreto na direção do carregamento analisado.

3.1.1.4 Cálculo da área de aço

Para o cálculo da armadura longitudinal são utilizados ábacos: Para flexão reta, são utilizados ábacos de Venturini e Rodrigues (1987) e para flexão oblíqua, são empregados os ábacos de Pinheiro, Baraldi e Porem (2009).

Dessa forma, o roteiro de cálculo para o dimensionamento dos pilares, envolve a utilização das Equações (12) a (17), seguindo os seguintes passos:

1. Cálculo dos momentos atuantes nas direções x e y;
2. Cálculo das excentricidades nas direções x e y;
3. Cálculo de v, $\mu_x$ e $\mu_y$ para as situações de projeto utilizando as Equações (12), (13) e (14);
4. Determinação de “ω” (pelo ábaco), utilizando os valores de v, $\mu_x$ e $\mu_y$;

5. Cálculo de “$A_s$” utilizando o maior ω pela Equação (15);

6. Verificação das taxas limites dados pelas Equações (16) e (17).

$$\nu = \frac{N_d}{b.h.f_{cd}} \tag{12}$$

$$\mu_x = \frac{N_d.e_x}{b.h^2.f_{cd}} \tag{13}$$

$$\mu_y = \frac{N_d.e_y}{b.h^2.f_{cd}} \tag{14}$$

$$A_s = \frac{\omega.b.h.f_{cd}}{f_{yd}} \tag{15}$$

$$A_{s,mín} = \left(\frac{0{,}15.N_d}{F_{yd}}\right) \geq 0{,}004.A_c \tag{16}$$

$$A_{s,máx} = 0{,}08.A_c \tag{17}$$

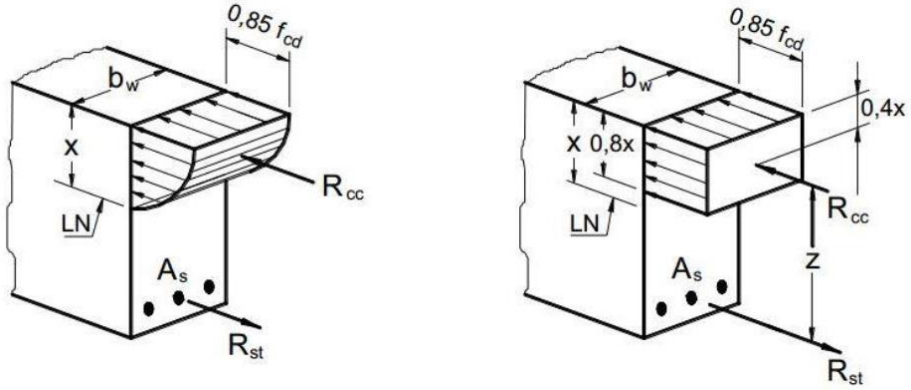
### *3.1.2. Dimensionamento da armadura de flexão de vigas*

Primeiramente é considerado algumas hipóteses de cálculo:

- As seções permanecem planas após o início da deformação até o ELU;
- As tensões de tração no concreto, normais a seção transversal, são desprezadas no ELU;
- Admite-se que a distribuição de tensões no concreto seja feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo, com tensão máxima igual a $0{,}85 \cdot f_{cd;}$
- Permite-se a substituição do diagrama parábola retângulo por um retângulo de altura $0{,}8 \cdot x$, onde “x” é a profundidade da linha neutra.

A Figura 3 ilustra o digrama de tensões na viga de concreto armado com as condições definidas anteriormente.

Figura 3: Diagramas de tensões na viga de concreto armado.




Fonte: Bastos (2015).

Uma vez conhecidos: a resistência à compressão do concreto ($f_{ck}$), a largura da seção transversal ($b_w$), a altura útil (d) e o tipo de aço ($f_{yd}$), o dimensionamento da armadura longitudinal no ELU é feito, de maneira simples, a partir do equilíbrio das forças atuantes na seção mais crítica.

O cálculo da posição da linha neutra é feito pela Equação (18).

$$x = \frac{0{,}68.d \pm \sqrt{(0{,}68.d)^2 - 4.0{,}272.\frac{M_d}{b_w.f_{cd}}}}{0{,}544} \qquad (18)$$

Em que $M_d$ é o momento fletor de cálculo.

E o braço de alavanca entre a região comprimida e a região tracionada (z), bem como área de aço longitudinal da viga são calculadas pelas Equações (19) e (20), respectivamente e as áreas de aço mínimas e máximas pelas equações (21) e (22).

$$z = d - 0{,}4 \cdot x \tag{19}$$

$$As = \frac{M_d}{z \cdot f_{yd}} \tag{20}$$

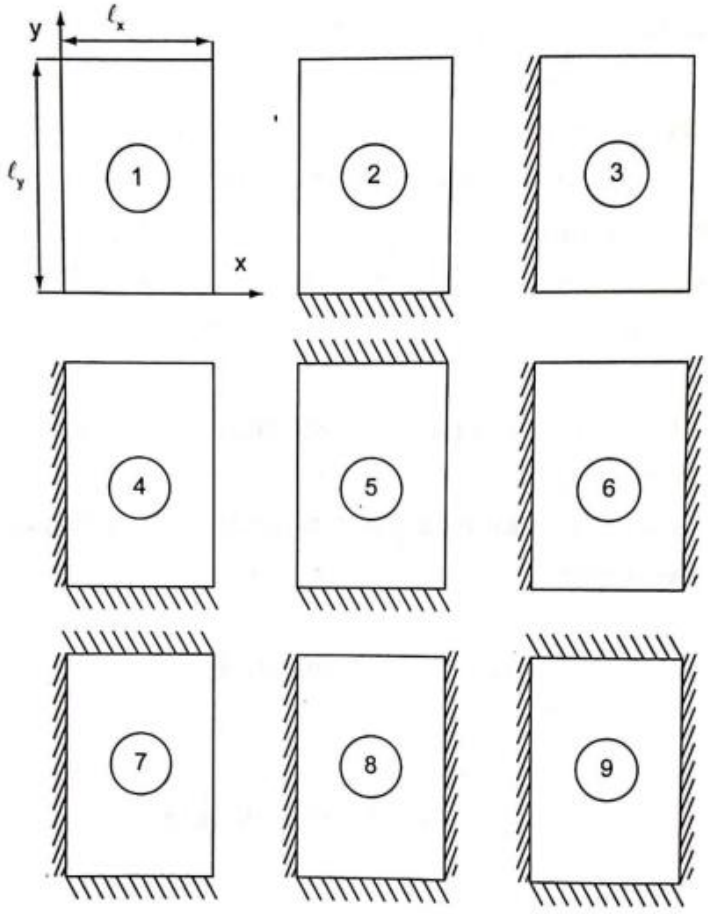
$$A_{s,min} = 0{,}15\ \% \cdot b_w \cdot h \tag{21}$$

$$A_{s,máx} = 4\ \% \cdot b_w \cdot h \tag{22}$$

### *3.1.3. Dimensionamento da armadura de flexão de lajes*

Para o dimensionamento da armadura de flexão, é necessário determinar a combinação dos vínculos nas quatro bordas das lajes retangulares, podendo ser um dos 9 casos dado pela Figura 4.

Figura 4: Vinculação nas bordas das lajes.




Fonte: Carvalho e Figueiredo Filho (2014).

Após determinar o caso a ser analisado é calculado o parâmetro “λ” que é dado pela Equação (23).

$$\lambda = \frac{l_x}{l_y} \tag{23}$$

Onde $l_x$ é a menor dimensão da laje e $l_y$ a maior.

Após isso é feito os cálculos dos momentos máximos positivos (Equações 24 e 25) e momentos máximos negativos (Equações 26 e 27).

$$m_x = \mu_x . \left( \frac{p . l_x^2}{100} \right) \quad (24)$$

$$m_y = \mu_y . \left( \frac{p . l_x^2}{100} \right) \quad (24)$$

$$x_x = \mu'_x . \left( \frac{p . l_x^2}{100} \right) \quad (25)$$

$$x_y = \mu'_y . \left( \frac{p . l_x^2}{100} \right) \quad (26)$$

Em que:

- $m_x$ e $m_y$ são os momentos máximos positivos em x e y, respectivamente. $\mu_x$ e $\mu_y$ são coeficientes para cálculo dos momentos positivos máximos em x e y, respectivamente;
- $x_x$ e $x_y$ são os momentos máximos negativos em x e y, respectivamente. $\mu'_x$ e $\mu'_y$ são coeficientes para cálculo dos momentos negativos máximos em x e y, respectivamente.

Tal metodologia e os valores dos coeficientes constam no livro de Carvalho e Figueiredo Filho (2014).

Após isso é feito o cálculo da posição da linha neutra dado pela Equação (27):

$$x = \frac{0{,}68 . d \pm \sqrt{(0{,}68 . d)^2 - 4 . 0{,}272 . \frac{M_d}{b_w . F_{cd}}}}{0544} \quad (27)$$

Em que $b_w$ é igual a 1 m para o cálculo de laje, isto é, a laje é dimensionada considerando que ela consiste numa viga com largura de 1 m e altura igual a sua espessura.

Depois é feito o cálculo do braço de alavanca (z), dado pela Equação (28), o cálculo da área de aço em 1 m de laje, conforme Equação (29) e as verificações de áreas de aço mínimas e máximas são feitas pelas equações (30) e (31).

$$z = d - 0{,}4 \cdot x \tag{28}$$

$$As = \frac{M_d}{z \cdot f_{yd}} \tag{29}$$

$$A_{s,min} = 0{,}15\ \% \cdot b_w \cdot h \tag{30}$$

$$A_{s,máx} = 4\ \% \cdot b_w \cdot h \tag{31}$$

## 3.2. Análise paramétrica

Na análise paramétrica, objetivou-se estudar os seguintes parâmetros:

- Influência do $f_{ck}$, da altura e taxa de aço na capacidade resistente à compressão de pilares;
- Influência do $f_{ck}$, da altura e da largura da seção transversal na capacidade resistente ao momento fletor para vigas;
- Influência do $f_{ck}$, da altura e da taxa de aço na capacidade resistente ao momento fletor de lajes.

Além disso, buscou-se investigar a influência do valor do carregamento externo solicitante na área de aço de armadura longitudinal de vigas e lajes.

Com esse intuito, foram analisados 38 casos para pilares, 43 casos para vigas e 41 casos para lajes maciças.

Nas parametrizações, admitiu-se:

- Cobrimento de 3,0 cm para vigas e pilares e de 2,5 cm para lajes;
- Armaduras com aço CA-50;
- Armadura transversal com diâmetro de 5 mm;
- Armadura longitudinal com diâmetro de 10 mm;
- Vão das vigas igual a 10 vezes a altura da seção transversal;
- Lajes quadradas;
- O pilar foi analisado apenas em relação ao eixo de maior inércia;
- Em todos os casos, a relação x/d limite igual a 0,45 da NBR 6118 (ABNT, 2014) foi seguida.

Os Quadros 1, 2 e 3, respectivamente, apresentam as propriedades dos casos estudados para pilares, vigas e lajes maciças, respectivamente.

Quadro 1: Descrição dos pilares analisados.

| Caso | Parametrização | b [m] | h [m] | L [m] | $n_{pavimentos}$ | $N_d$ [kN] | $f_{ck}$ [kN/m²] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Estudo da influência do $f_{ck}$ | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 5 | 1120 | 15000 |
| 2 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 5 | 1120 | 20000 |
| 3 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 4 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 5 | 1120 | 30000 |
| 5 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 5 | 1120 | 35000 |
| 6 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 5 | 1120 | 40000 |
| 7 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 5 | 1120 | 45000 |
| 8 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 5 | 1120 | 50000 |
| 9 | Estudo da influência da altura da seção transversal | 0,19 | 0,20 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 10 | | 0,19 | 0,25 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 11 | | 0,19 | 0,30 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 12 | | 0,19 | 0,35 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 13 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 14 | | 0,19 | 0,45 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 15 | | 0,19 | 0,50 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 16 | | 0,19 | 0,55 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 17 | | 0,19 | 0,60 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 18 | | 0,19 | 0,65 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 19 | | 0,19 | 0,70 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 20 | | 0,19 | 0,75 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 21 | | 0,19 | 0,80 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 22 | Estudo da influência do comprimento destravado | 0,19 | 0,40 | 3,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 23 | | 0,19 | 0,40 | 3,50 | 5 | 1120 | 25000 |
| 24 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 25 | | 0,19 | 0,40 | 4,50 | 5 | 1120 | 25000 |
| 26 | | 0,19 | 0,40 | 5,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 27 | | 0,19 | 0,40 | 5,50 | 5 | 1120 | 25000 |
| 28 | | 0,19 | 0,40 | 6,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 29 | Estudo da influência do número de pavimentos/carga axial solicitante | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 1 | 224 | 25000 |
| 30 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 2 | 448 | 25000 |
| 31 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 3 | 672 | 25000 |
| 32 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 4 | 896 | 25000 |
| 33 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 5 | 1120 | 25000 |
| 34 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 6 | 1344 | 25000 |
| 35 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 7 | 1568 | 25000 |
| 36 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 8 | 1792 | 25000 |
| 37 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 9 | 2016 | 25000 |
| 38 | | 0,19 | 0,40 | 4,00 | 10 | 2240 | 25000 |

Fonte: Elaborado pelos autores.

Quadro 2: Descrição das vigas analisadas.

| Caso | Parametrização | $b_w$ [m] | h [m] | L [m] | p [kN/m] | $f_{ck}$ [kN/m²] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Estudo da influência do $f_{ck}$ | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 15000 |
| 2 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 20000 |
| 3 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 25000 |
| 4 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 5 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 35000 |
| 6 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 40000 |
| 7 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 45000 |
| 8 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 50000 |
| 9 | Estudo da influência da altura da seção transversal | 0,20 | 0,20 | 2,00 | 5,00 | 30000 |
| 10 | | 0,20 | 0,25 | 2,50 | 6,25 | 30000 |
| 11 | | 0,20 | 0,30 | 3,00 | 7,50 | 30000 |
| 12 | | 0,20 | 0,35 | 3,50 | 8,75 | 30000 |
| 13 | | 0,20 | 0,40 | 4,00 | 10,00 | 30000 |
| 14 | | 0,20 | 0,45 | 4,50 | 11,25 | 30000 |
| 15 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 16 | | 0,20 | 0,55 | 5,50 | 13,75 | 30000 |
| 17 | | 0,20 | 0,60 | 6,00 | 15,00 | 30000 |
| 18 | | 0,20 | 0,65 | 6,50 | 16,25 | 30000 |
| 19 | | 0,20 | 0,70 | 7,00 | 17,50 | 30000 |
| 20 | | 0,20 | 0,75 | 7,50 | 18,75 | 30000 |
| 21 | | 0,20 | 0,80 | 8,00 | 20,00 | 30000 |
| 22 | Estudo da influência da largura da seção transversal | 0,10 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 23 | | 0,12 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 24 | | 0,14 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 25 | | 0,16 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 26 | | 0,18 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 27 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 28 | | 0,22 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 29 | | 0,24 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 30 | | 0,26 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 31 | | 0,28 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 32 | | 0,30 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 33 | Estudo da influência do carregamento externo | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 6,25 | 30000 |
| 34 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 7,50 | 30000 |
| 35 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 8,75 | 30000 |
| 36 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 10,00 | 30000 |
| 37 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 11,25 | 30000 |
| 38 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 12,50 | 30000 |
| 39 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 13,75 | 30000 |
| 40 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 15,00 | 30000 |
| 41 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 16,25 | 30000 |
| 42 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 17,50 | 30000 |
| 43 | | 0,20 | 0,50 | 5,00 | 18,75 | 30000 |

Fonte: Elaborado pelos autores.

Quadro 3: Descrição das lajes maciças analisadas.

| Caso | Parametrização | $l_x = l_y$ [m] | h [m] | $p_k$ [kN/m] | $f_{ck}$ [kN/m²] | Tipo de vinculação |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Estudo da influência do $f_{ck}$ | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 15000 | 1 |
| 2 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 20000 | 1 |
| 3 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 25000 | 1 |
| 4 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 5 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 35000 | 1 |
| 6 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 40000 | 1 |
| 7 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 45000 | 1 |
| 8 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 50000 | 1 |
| 9 | Estudo da influência da altura da seção transversal | 3.50 | 0.08 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 10 | | 3.50 | 0.09 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 11 | | 3.50 | 0.10 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 12 | | 3.50 | 0.11 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 13 | | 3.50 | 0.12 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 14 | | 3.50 | 0.13 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 15 | | 3.50 | 0.14 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 16 | | 3.50 | 0.15 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 17 | | 3.50 | 0.16 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 18 | | 3.50 | 0.17 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 19 | | 3.50 | 0.18 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 20 | | 3.50 | 0.19 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 21 | | 3.50 | 0.20 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 22 | Estudo da influência do tipo de vinculação | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 30000 | 1 |
| 23 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 30000 | 2 |
| 24 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 30000 | 3 |
| 25 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 30000 | 4 |
| 26 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 30000 | 5 |
| 27 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 30000 | 6 |
| 28 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 30000 | 7 |
| 29 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 30000 | 8 |
| 30 | | 3.50 | 0,12 | 10,00 | 30000 | 9 |
| 31 | Estudo da influência do carregamento externo | 3.50 | 0,12 | 5.00 | 30000 | 1 |
| 32 | | 3.50 | 0,12 | 6.00 | 30000 | 1 |
| 33 | | 3.50 | 0,12 | 7.00 | 30000 | 1 |
| 34 | | 3.50 | 0,12 | 8.00 | 30000 | 1 |
| 35 | | 3.50 | 0,12 | 9.00 | 30000 | 1 |
| 36 | | 3.50 | 0,12 | 10.00 | 30000 | 1 |
| 37 | | 3.50 | 0,12 | 11.00 | 30000 | 1 |
| 38 | | 3.50 | 0,12 | 12.00 | 30000 | 1 |
| 39 | | 3.50 | 0,12 | 13.00 | 30000 | 1 |
| 40 | | 3.50 | 0,12 | 14.00 | 30000 | 1 |
| 41 | | 3.50 | 0,12 | 15.00 | 30000 | 1 |

Fonte: Elaborado pelos autores.

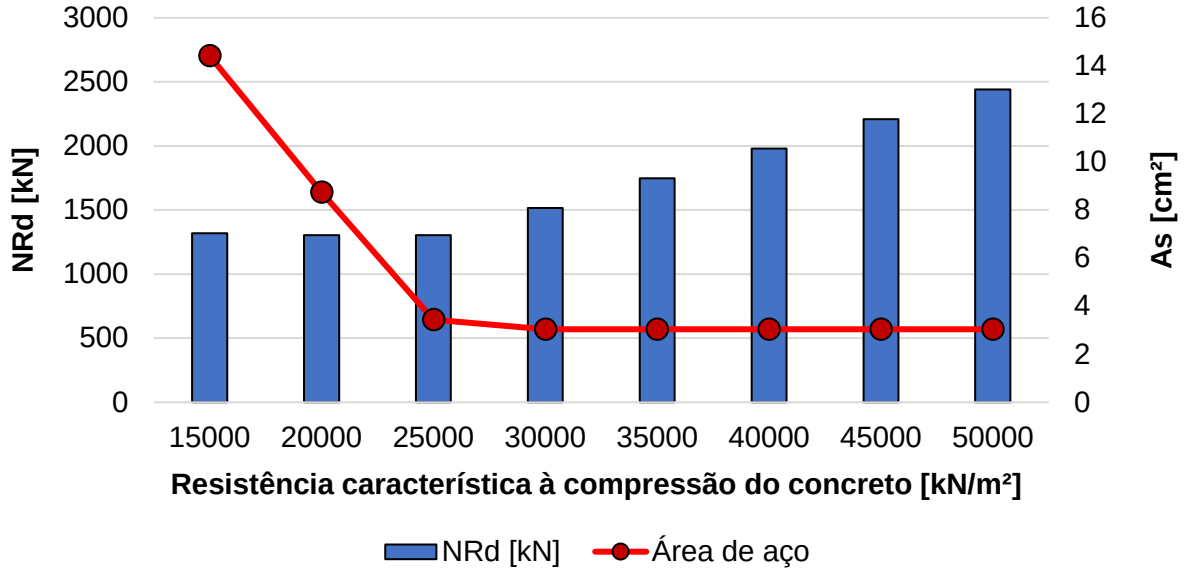
# 4 RESULTADOS

## 4.1. Pilares

### *4.1.1. Influência do $f_{ck}$ na capacidade resistente à compressão e na área de aço*

A Figura 5 apresenta a influência da resistência característica à compressão do concreto ($f_{ck}$) na capacidade resistente a compressão do pilar ($N_{Rd}$) e na área de aço de armadura longitudinal ($A_s$).

Figura 5: Influência do $f_{ck}$ na capacidade resistente a compressão e na área de aço




Fonte: Elaborado pelos autores.

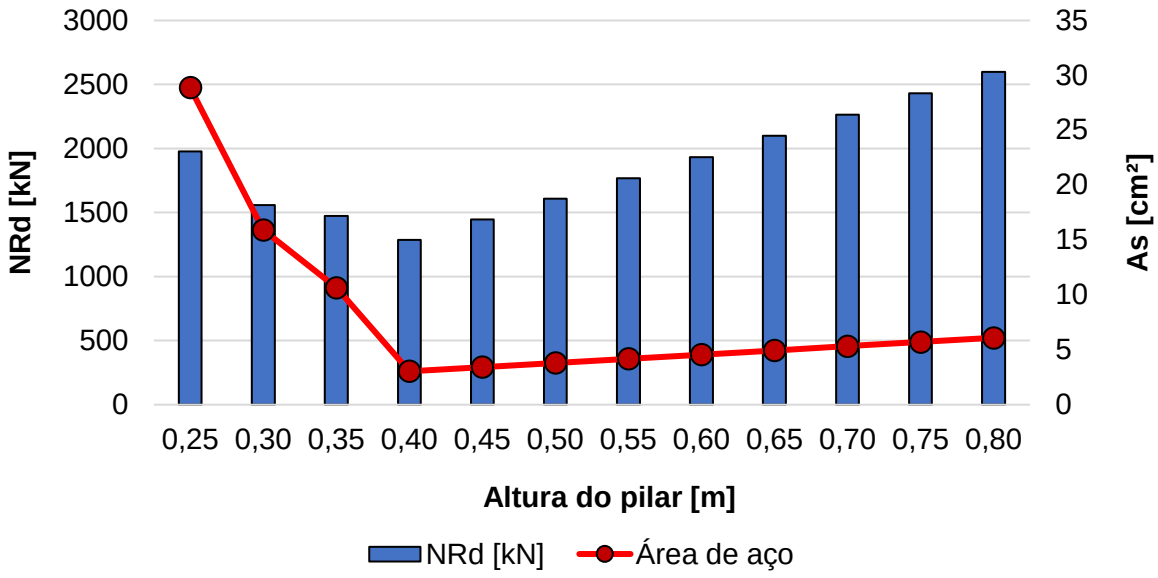
Na Figura 5, observa-se que, ao aumentar o $f_{ck}$ de 15.000 para 25.000 kN/m² a capacidade resistente praticamente não muda, por outro lado, há uma redução significativa na área de aço de 76%. Por sua vez, ao aumentar o $f_{ck}$ de 25.000 até 50.000 kN/m², nota-se que ocorre o oposto, isto é, a área de aço diminui muito pouco e a capacidade resistente tem um aumento de 47%.

Assim pode-se concluir que, se o objetivo for diminuir a área de aço, há um limite até o qual é viável aumentar o $f_{ck}$. Já se o objetivo for aumentar a capacidade resistente, faz-se necessário utilizar concretos com classe de resistência superior a tal limite. No caso, foi preciso trabalhar com concretos superiores à classe C25.

### *4.1.2. Influência altura da seção transversal do pilar na capacidade resistente à compressão e na área de aço*

A Figura 6 apresenta a influência da altura da seção transversal do pilar na capacidade resistente à compressão ($N_{Rd}$) e na área de aço de armadura longitudinal ($A_s$).

Figura 6: Influência da altura da seção transversal do pilar na capacidade resistente e na área de aço.




Fonte: Elaborado pelos autores.

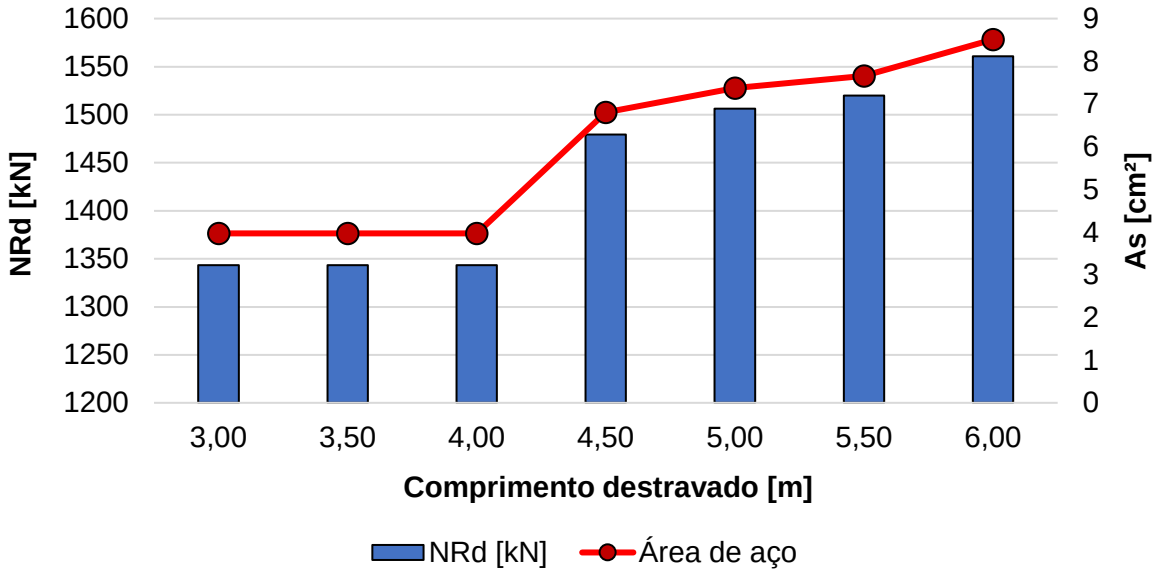
Observando a Figura 6, verifica-se que ao aumentar a altura do pilar de 0,25 m para 0,40 m, a capacidade resistente à compressão do pilar tem uma redução de 35% e área de aço de 90%, sendo mais significativa.

Ao aumentar a altura do pilar de 0,40 m até 0,80 m, tanto a capacidade resistente quanto a área de aço apresentaram aumentos proporcionais, isto é, de 100%. Assim conclui-se que, se o objetivo for diminuir a área de aço, a altura do pilar influencia significativamente somente até um cerco limite, que, no caso, foi 0,40 m. Tal limite se dá em função da área de aço mínima. Para alturas superiores a 0,40 m, o pilar passou a ser armado com a taxa mínima prescrita pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e obteve-se aumentos mais significativos na capacidade resistente.

### *4.1.3. Influência do comprimento destravado na capacidade resistente à compressão e na área de aço*

A Figura 7 apresenta a influência do comprimento destravado dos pilares na capacidade resistente a compressão ($N_{Rd}$) e na área de aço de armadura longitudinal ($A_s$).

Figura 7: Influência do comprimento destravado na capacidade resistente a compressão e na área de aço.



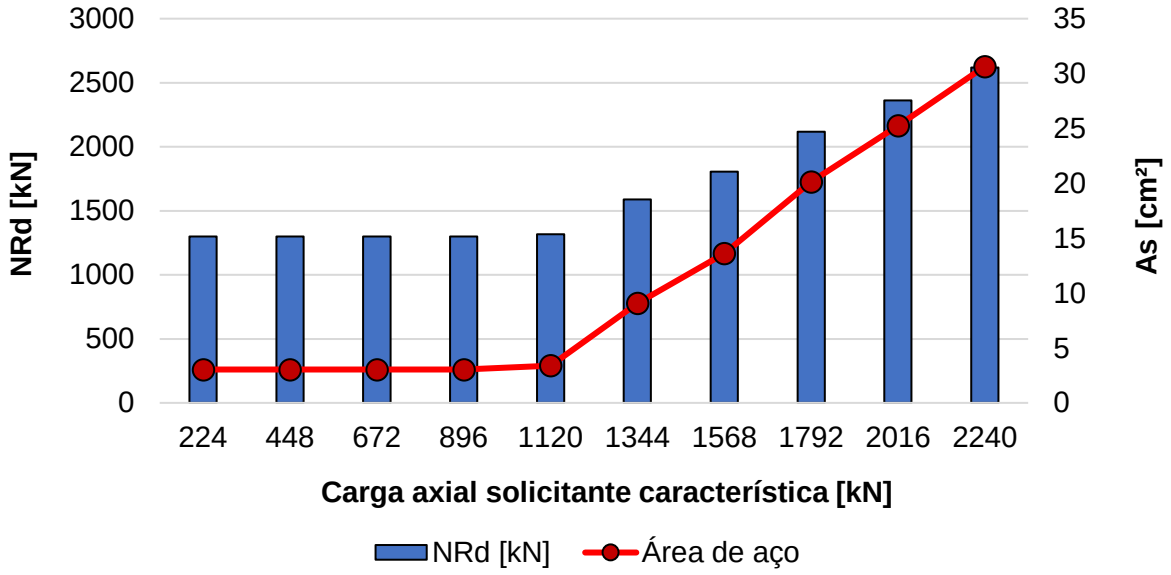

Fonte: Elaborado pelos autores.

Observando a Figura 7, nota-se que a variação do comprimento destravado de 3 m a 4 m não tem influência na capacidade resistente à compressão e na área de aço. Agora, quando se varia o comprimento destravado de 4,5 m a 6 m, faz-se necessário um aumento da área de aço longitudinal de 20% e, com isso, há um aumento na capacidade resistente de 5%. Em outras palavras, foi preciso mais aço para atender às verificações decorrentes de um maior comprimento destravado.

### *4.1.4. Relação entre a carga solicitante na capacidade resistente à compressão e na área de aço*

A Figura 8 apresenta a relação entre a carga axial solicitante característica na capacidade resistente a compressão do pilar ($N_{Rd}$) e na área de aço de armadura longitudinal ($A_s$).

Figura 8: Relação entre a carga solicitante na capacidade resistente e na área de aço.




Fonte: Elaborado pelos autores.

Pela Figura 8, observa-se que a capacidade resistente nem a taxa de aço mudam para cargas variando entre 224 e 896 kN. Nesse intervalo, a área de aço mínima atende às verificações da seção. Porém, para cargas axiais entre 896 e 2.240 kN, foi necessário um aumento da área de aço de 798% para fazer com que a capacidade resistente tivesse um aumento de 65%, e, consequentemente, resistisse às maiores solicitações.

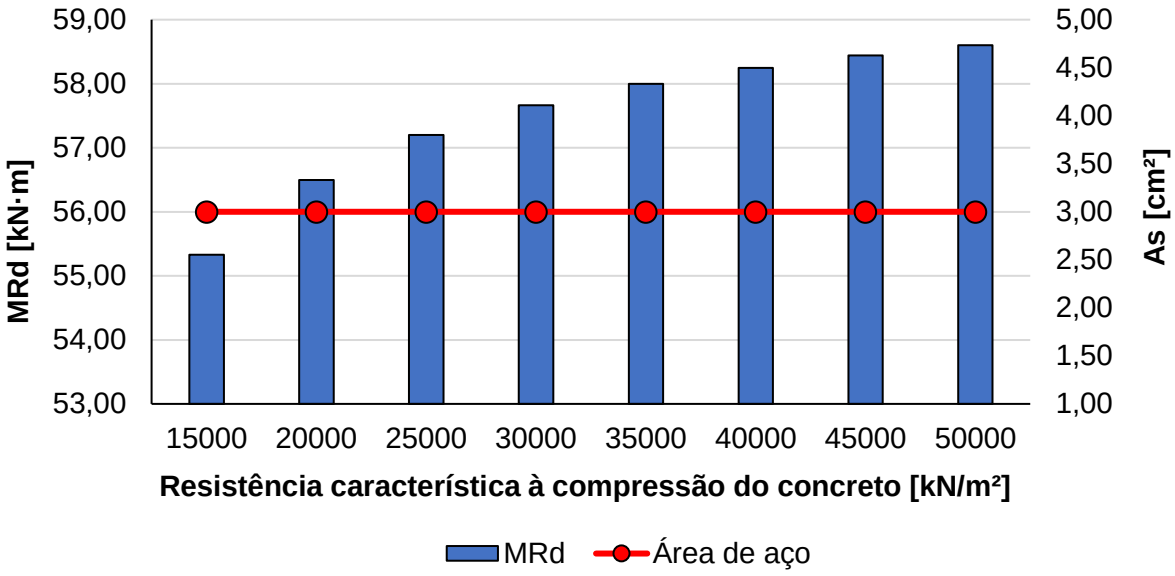
## 4.2. Vigas

No estudo paramétrico das vigas a área de aço de armadura longitudinal foi mantida fixa em duas vezes a armadura mínima prescrita pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

### *4.2.1. Influência do $f_{ck}$ no momento resistente da viga*

A Figura 9 apresenta a relação entre a resistência característica à compressão da viga ($f_{ck}$) e sua capacidade resistente ao momento fletor ($M_{Rd}$).

Figura 9: Influência do $f_{ck}$ do concreto na capacidade resistente ao momento fletor.




Fonte: Elaborado pelos autores.

Pela Figura 9, nota-se que, ao aumentar o $f_{ck}$ de 15.000 até 25.000 kN/m², o aumento da capacidade resistente à flexão da viga foi de 3,4%. Por sua vez, com o $f_{ck}$ variando de 25.000 a 50.000 kN/m², o aumento do $M_{Rd}$ foi de 2,4%, ainda menos expressivo. o aumento do mesmo é ainda menos expressivo - apenas 2,4%.

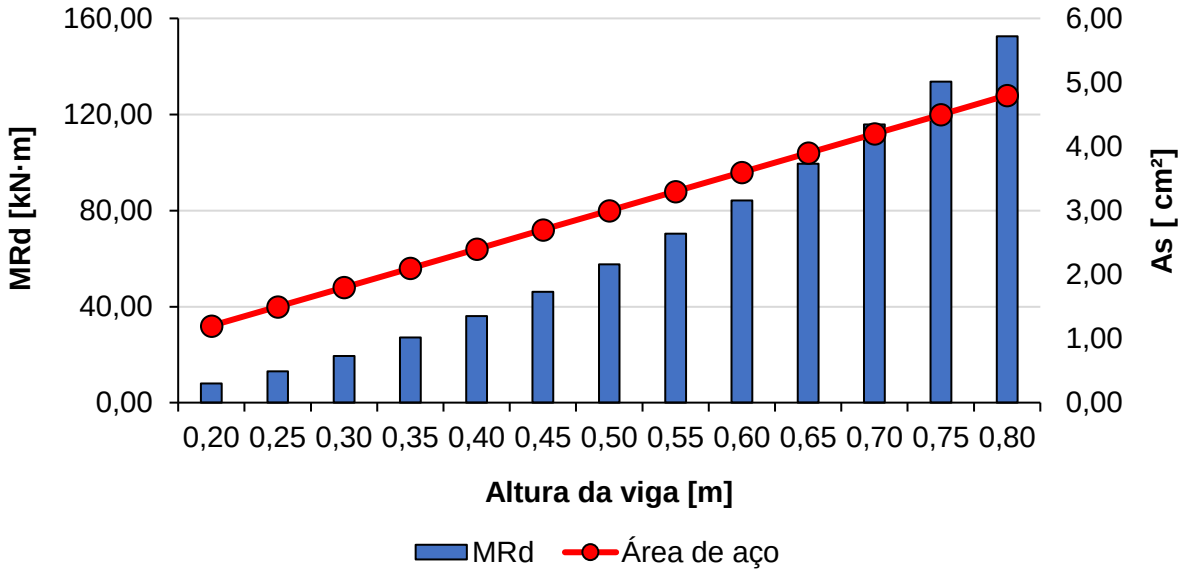
No total, ao se elevar o $f_{ck}$ em 233% (da classe C15 para a C50), o $M_{Rd}$ aumentou 6%. Trata-se de uma relação média entre as variáveis de 1:0,025, aproximadamente.

Visto isso, conclui-se que a resistência característica à compressão do concreto pouco contribui para sua capacidade resistente à flexão.

### *4.2.2. Influência da altura da viga na capacidade resistente ao momento fletor*

A Figura 10 apresenta a relação entre a altura da viga e sua capacidade resistente ao momento fletor ($M_{Rd}$).

Figura 10: Influência da altura da seção transversal na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço longitudinal.




Fonte: Elaborado pelos autores.

Observando a Figura 10, nota-se que ao aumentarmos a altura da viga, o aumento do momento resistente é quase que exponencial. Para vigas com 0,20 cm de altura, a capacidade resistente à flexão é de 7,97 kN·m. Já para vigas com 0,80 m de altura (aumento de 400%), a capacidade resistente ao momento fletor é de 152,63 kN·m, constituindo um aumento 1.815% em relação à viga com altura de 0,20 m. Vale ressaltar ainda que, como foi utilizada taxa de armadura igual a duas vezes a mínima e está é proporcional às dimensões da seção, a área de aço cresceu linearmente com o aumento da altura da viga.

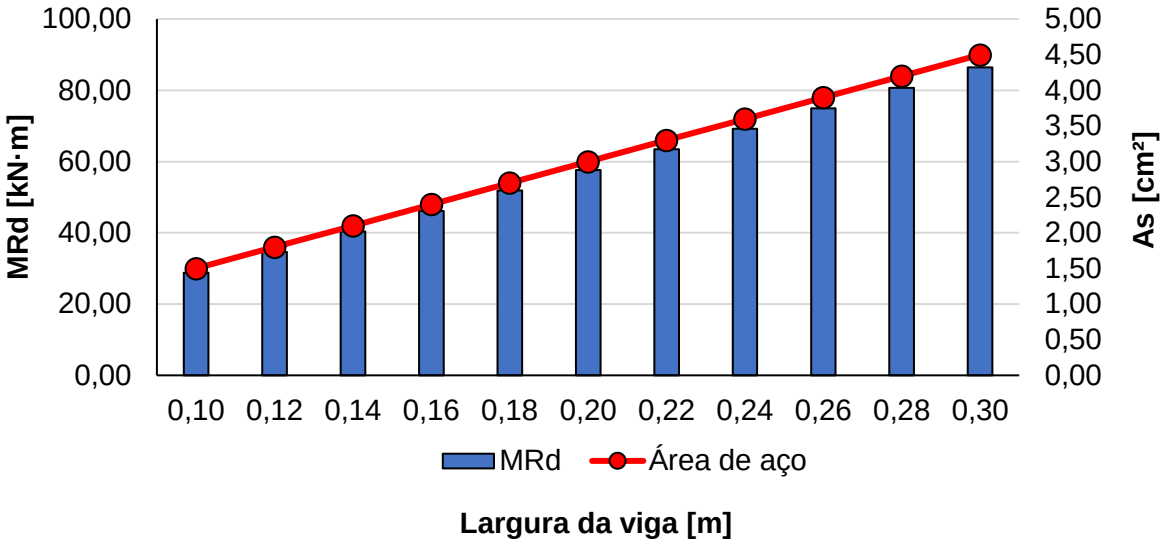
Assim, a relação média entre a altura da viga e o $M_{Rd}$ é de 1:4,54, aproximadamente.

Portanto, verifica-se que a altura da viga possui uma influência muito expressiva na capacidade resistente à flexão. Isso justifica-se pelo fato de que, quanto maior a altura da viga, maior é o braço de alavanca entre a região comprimida e a região tracionada da viga de concreto.

### *4.2.3. Influência da largura da viga na capacidade resistente ao momento fletor*

A Figura 11 apresenta a relação entre a largura da viga e sua capacidade resistente ao momento fletor ($M_{Rd}$).

Figura 11: Influência da largura da seção transversal na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço longitudinal.




Fonte: Elaborado pelos autores.

Observando a Figura 11, nota-se que um aumento de 200% na largura da viga (de 0,10 m para 0,30 m) acarretou em um aumento da capacidade resistente à flexão de 200% também. Trata-se de um aumento de ordem 1:1, com comportamento linear.

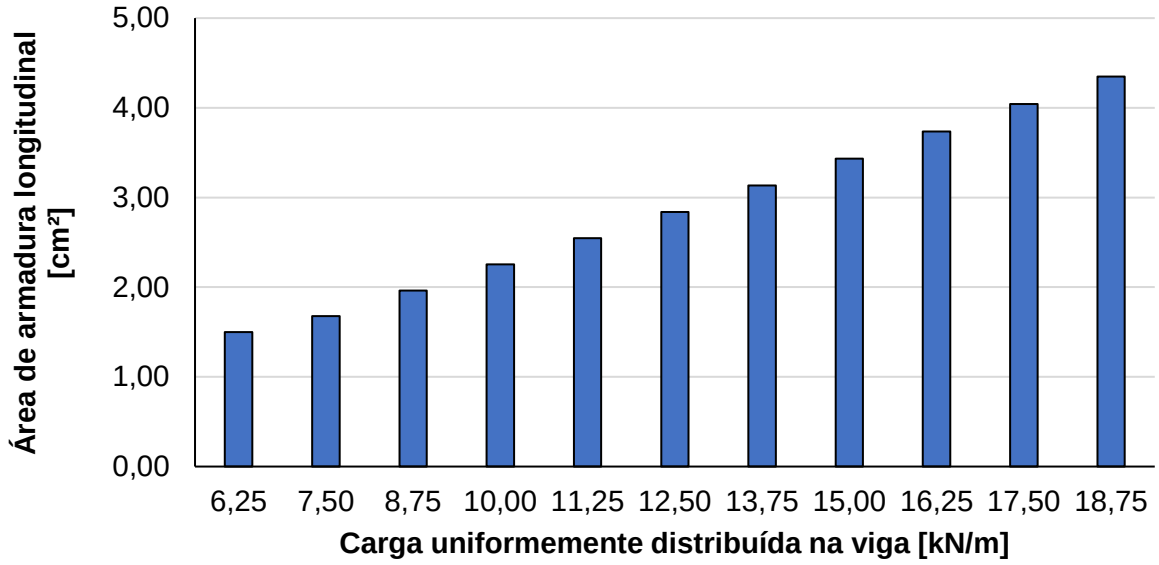
Novamente, vale ressaltar que a área de aço cresceu linearmente pelo fato de a armadura mínima ser diretamente e linearmente proporcional às dimensões da seção transversal da viga.

Logo, a capacidade resistente ao momento fletor é sensível e diretamente proporcional à largura da seção transversal da viga. Tal parâmetro influencia mais que o $f_{ck}$ e menor que a altura da viga.

*4.2.4. Influência do carregamento externo na área de aço de armadura longitudinal*

A Figura 12 apresenta a relação entre um carregamento externo uniformemente distribuído na viga e a área de aço da armadura longitudinal necessária na seção da viga.

Figura 12: Influência do carregamento externo na área de armadura longitudinal necessária.




Fonte: Elaborado pelos autores.

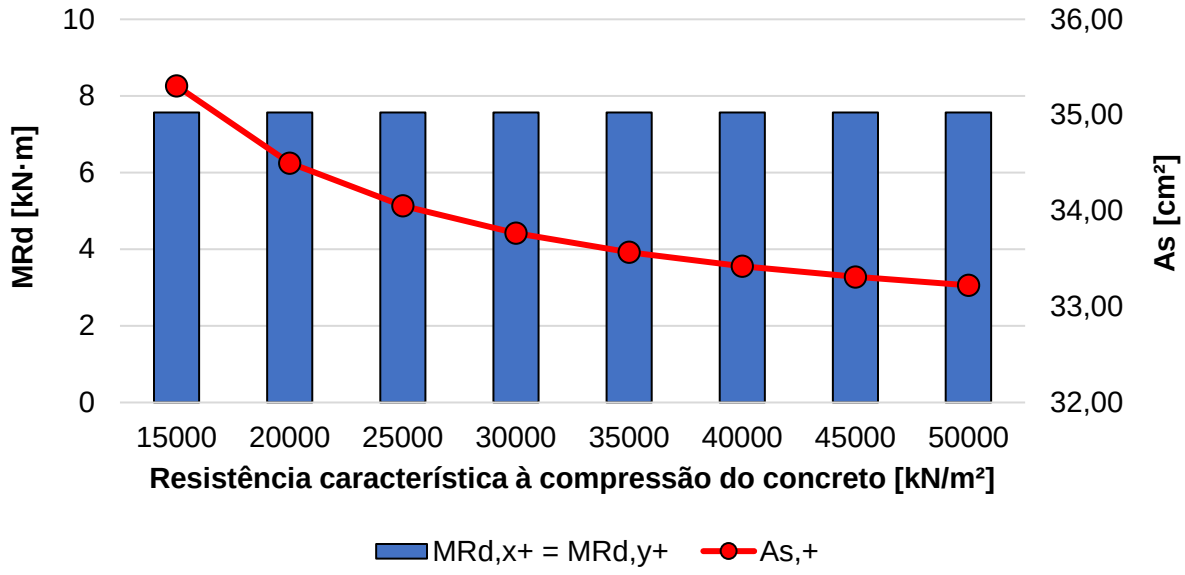
Observando a Figura 12, verifica-se que, variando o carregamento da viga entre 6,25 kN/m e 18,75 kN/m (aumento de 200%), tem-se um aumento praticamente linear na área de aço da armadura longitudinal da viga de 168%.

## 4.3. Laje maciça

### *4.3.1. Influência do $f_{ck}$ na capacidade resistênte ao momento fletor e na área de aço*

A Figura 13 apresenta a influência da resistência característica à compressão do concreto ($f_{ck}$) na capacidade resistente ao momento fletor da laje ($M_{Rd}$) e na área de aço de armadura longitudinal ($A_s$).

Figura 13: Influência do $f_{ck}$ do concreto na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço longitudinal.



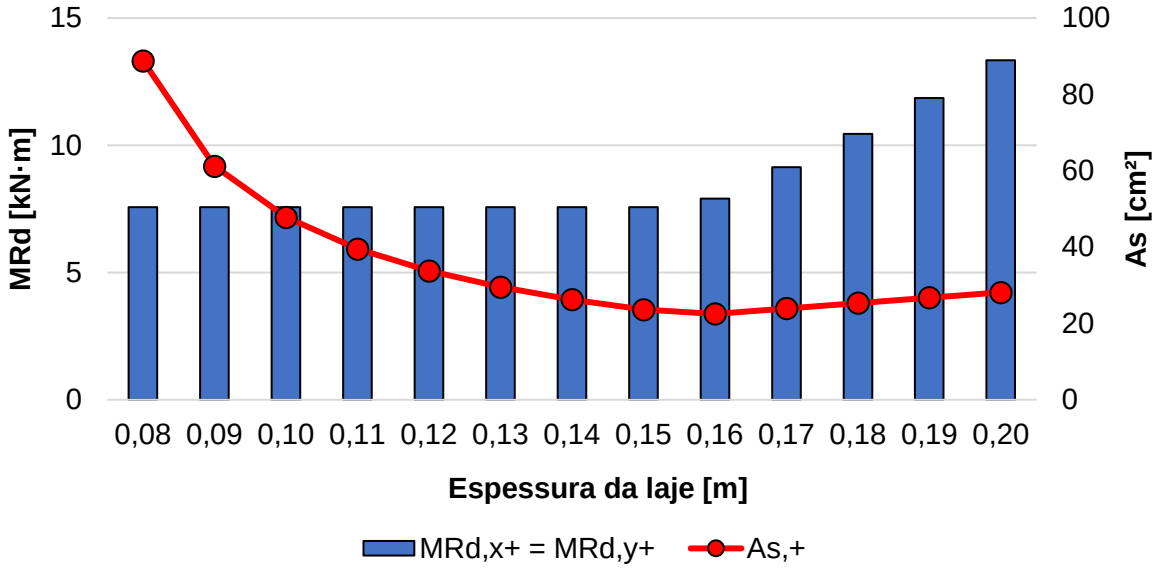

Fonte: Elaborado pelos autores.

Pela Figura 13, verifica-se que, para as condições admitidas, um aumento do $f_{ck}$ do concreto em 233% (de 15.000 kN/m² para 50.000 kN/m²), a área de aço total necessária foi reduzida em 6,3% (de 35,3 cm² para 33,2 cm²). De modo geral, não foi uma redução tal expressiva e que se justifica, economicamente, pelo aumento do $f_{ck}$ do concreto, o que também possui um custo significativo.

### *4.3.2. Influência da espessura da laje na capacidade resistênte ao momento fletor e na área de aço*

A Figura 14 apresenta a influência da espessura da laje na capacidade resistente ao momento fletor da laje ($M_{Rd}$) e na área de aço de armadura longitudinal ($A_s$).

Figura 14: Influência da espessura da laje na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço longitudinal.




Fonte: Elaborado pelos autores.

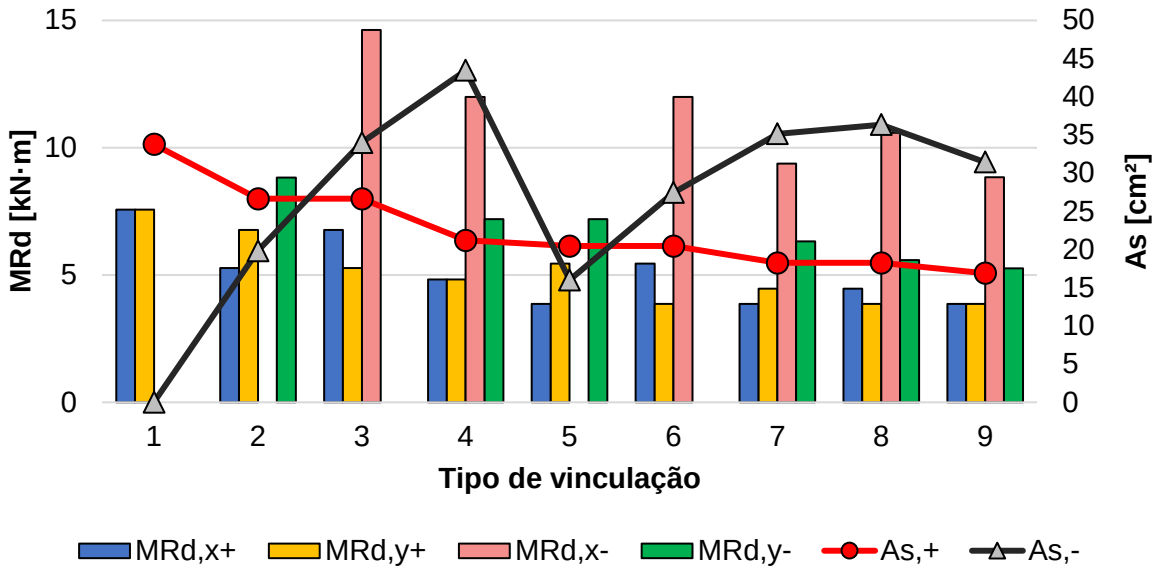
Na Figura 14 é possível observar que quando variamos a altura da laje de 8 cm até 16 cm a área de aço diminui de 88,78 cm² para 23,65 cm², uma redução percentual de 74%. Por sua vez, comparando uma laje com espessura de 17 cm com uma de 20 cm de espessura, houve um aumento de 25% na área de aço total necessária (de 22,51 cm² para 28,14 cm²). Isso ocorreu, pois, a partir da espessura de 17 cm, a armadura mínima passou a ser maior que a armadura calculada.

Portanto, conclui-se que existe um limite até o qual o aumento de espessura proporciona reduções expressivas da taxa de aço e que tais parâmetros apresentam grande sensibilidade entre si.

### *4.3.3. Influência da vinculação na capacidade resistênte ao momento fletor e na área de aço*

A Figura 15 apresenta a influência das vinculações da laje na capacidade resistente ao momento fletor da laje ($M_{Rd}$) e na área de aço de armadura longitudinal ($A_s$). Nessa parametrização, foi analisada a armadura positiva ($A_s^+$) e a negativa ($A_s^-$), bem como a capacidade resistente à flexão positiva e negativa nas direções x e y ($M_{Rd,x}^+$, $M_{Rd,y}^+$, $M_{Rd,x}^-$ e $M_{Rd,y}^-$, respectivamente).

Figura 15: Influência do tipo de vinculação na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço longitudinal.




Fonte: Elaborado pelos autores.

Pela Figura 15, observa-se que o engastamento gera um momento negativo na borda das vigas, ocasionando a necessidade de armadura negativa para “combater” essas solicitações. Apesar desse esforço e armadura adicional, há uma redução do momento positivo e, consequentemente, da área de aço de armadura longitudinal positiva.

Não é possível delinear um comportamento claro entre as variáveis para realizar afirmações sobre qual a melhor escolha de projeto. O engastamento dos bordos proporciona uma redução do momento positivo e da área de aço positiva, além de

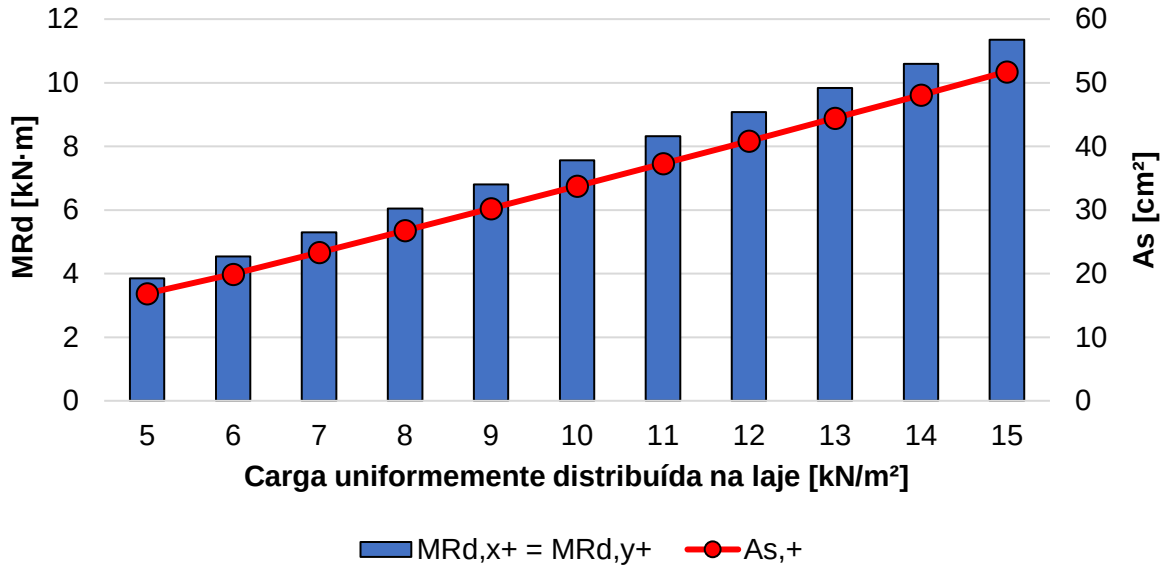
reduzir as deflexões da laje. Porém, ele acarreta em maior consumo de aço, visto que se faz necessária a armadura negativa.

Assim, pode-se afirmar que a escolha do tipo de vinculação depende, acima de tudo, das peculiaridades do projeto.

### *4.3.4. Relação entre o carregamento externo na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço*

A Figura 16 apresenta a relação entre o carregamento externo distribuído na laje na capacidade na capacidade resistente ao momento fletor da laje ($M_{Rd}$) e na área de aço de armadura longitudinal ($A_s$).

Figura 16: Relação entre o carregamento externo na capacidade resistente ao momento fletor e na área de aço.




Fonte: Elaborado pelos autores

Na Figura 16, verifica-se que aumentos de 200% nos carregamentos externos, isto é, de 5 kN/m² para 15 kN/m², gera um aumento proporcional na área de aço de armadura longitudinal de 206% e na demanda de capacidade resistente ao momento fletor de 194%. Os aumentos foram lineares, visto que as variáveis análises são linearmente dependentes. Tratam-se de aumentos proporcionais pois tais variáveis são linearmente dependentes, possuindo ordem de correlação 1:1.

# 5 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve o objetivo de investigar, por meio de análises paramétricas, a influência das principais variáveis de projeto. No pilar, foi analisado a influências dessas variáveis na capacidade resistente a compressão e na área de aço longitudinal resultante. Por sua vez, nas vigas e nas lajes, analisou a influência na capacidade resistente à flexão e nas áreas de aço de armadura longitudinal.

Da análise dos pilares, verificou-se que, se o objetivo for diminuir a área de aço, há um limite até o qual aumentar o $f_{ck}$ surte resultados. Por sua vez, se busca-se aumentar a capacidade resistente do pilar, deve-se trabalhar com concretos com maiores classes de resistência. Além disso, verificou-se que o comprimento destravado do pilar acarreta em significativas variações da área de aço de armadura longitudinal necessária.

Por sua vez, na análise paramétrica das vigas, o parâmetro que exerceu maior influência na capacidade resistente ao momento fletor foi a altura da viga, pelo fato dela estar diretamente relacionada com o braço de alavanca existente entre as regiões tracionada e comprimida do concreto. A relação média entre a altura e o $M_{Rd}$ foi de 1:4,54. Na sequência, o fator de maior influência foi a largura da viga, com relação média. Por fim, tem-se o $f_{ck}$ do concreto, que pouco influenciou no $M_{Rd}$, tendo apresentado relação média de 1:0,025.

Por fim, similarmente ao observado nas vigas, o $f_{ck}$ do concreto exerceu pouca influência na área de aço e a espessura da laje foi o parâmetro que maior influenciou na quantidade de aço. Já no estudo da influência das vinculações, verificou-se que não é possível delinear um comportamento claro entre as variáveis para realizar afirmações sobre qual a melhor escolha de projeto. O engastamento dos bordos proporciona uma redução do momento positivo e da área de aço positiva, além de reduzir as deflexões da laje. Porém, ele acarreta em maior consumo de aço, visto que se faz necessária a armadura negativa. Por outro lado, o carregamento externo é diretamente e linearmente proporcional, com correlação 1:1, em relação a capacidade resistente ao momento fletor e à área de aço.

Como trabalhos futuros, propõe-se realizar trabalho semelhante, analisando lajes treliças, lajes nervuradas, lajes alveolares, pilares laterais, pilares de canto, vigas em balanço e vigas protendidas.

# 6 REFERÊNCIAS


ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120:** Cargas para o cálculo de estruturas de edificações – Procedimento. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:** Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro, 2019.

BASTOS, P. S. S. **Dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante**. FEB/Unesp, Bauru, 79p., 2017. (Apostila).

BASTOS, P. S. S. **Flexão normal simples – vigas**. FEB/Unesp, Bauru, 79p., 2019. (Apostila).

BASTOS, P. S. S. **Fundamentos do concreto armado**. FEB/Unesp, Bauru, 89p., 2019. (Apostila).

BASTOS, P. S. S. **Lajes de concreto**. FEB/Unesp, Bauru, 119p., 2015. (Apostila).

BASTOS, P. S. S. **Lajes de concreto armado**. FEB/Unesp, Bauru, 113p., 2021. (Apostila).

BASTOS, P. S. S. **Sapatas de fundação**. FEB/Unesp, Bauru, 120p., 2019. (Apostila).

GIONGO, J.S. **Concreto armado: introdução e propriedades dos materiais**. EESC/USP, São Carlos, 71p., 2007. (Apostila).

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado:** segundo a NBR 6118:2014. 4ª ed**.** São Carlos-SP: EdUFSCar, 2014. 424p.

INFORSATO, T.B. **Considerações sobre o projeto, cálculo e detalhamento de vigas pré-fabricadas protendidas com aderência inicial em pavimentos de edificações.** 2009. 259p., Dissertação (Mestrado) – Centro de ciências exatas e de tecnologia, Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR), São Carlos-SP, 2009.

MARCELINO, N. W. **Durabilidade das estruturas de concreto armado.** Disponível em:<http://www.crea-sc.org.br/portal/index.php?cmd=artigos-detalhe&id=84#.YLbMMqhKi70. Acesso em: Maio/2021.